Министерство спорта Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Московская государственная академия физической культуры»

Кафедра Биомеханики и информационных технологий

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНОНачальник Учебно-методического управления канд. биол. наук, доцент И.В.Осадченко\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_«19» мая 2025 г. | УТВЕРЖДЕНОПредседатель УМКпроректор по учебной работеканд. пед. наук, доцент А.П. Морозов\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_«19» мая 2025 г. |

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕНЕДЖМЕНТА»**

**Б1.О.04**

по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент»

 ***Наименование ОПОП «Менеджмент организации»***

**Квалификация выпускника** *-* **бакалавр**

**Форма обучения**

**очная**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| СОГЛАСОВАНОДекан факультетафизической культуры канд. юрид. наук, доцент\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_И.С. Полянская «19» мая 2025 г. |  | Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры (протокол № 10  от «14» мая 2025 г.)Заведующий кафедрой, д-р пед. наук, профессор\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.Н Фураев«14» мая 2025 г. |

**Малаховка 2025**

Рабочая программа разработана в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент» (уровень бакалавриата) утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 970 от 12 августа 2020 года с учетом изменений внесенных приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации № 1456 от 26 ноября 2020 года «О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования»

**Составители рабочей программы:**

Шмелева Г.А. канд. техн. наук, доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Рецензенты:**

Фураев А.Н. д-р пед. наук, профессор \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Димитров И. Л. канд. экон. наук, доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Ссылки на используемые в разработке РПД дисциплины профессиональные стандарты (в соответствии с ФГОС ВО 38.03.02):**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код ПС** | **Профессиональный стандарт** | **Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ** | **Аббрев. исп. в РПД** |
| **08 Финансы и экономика** |
| 08.006 |  ["Специалист по внутреннему контролю (внутренний контролер)"](http://internet.garant.ru/document/redirect/72232870/0) | Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 22 ноября 2022 г. N 731н | **ФЭ** |

1. изучениЕ дисциплины НАПРАВЛЕНО НА формирование следующих компетенций:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ЗУН | Соотнесенные профессиональ-ные стандарты | Формируемые компетенции |
| **Знания:**Математических методов поиска, критического анализа, синтеза и обработки информации, планирования и реализации эксперимента, формирования выводов, интерпретации и обобщения результатов;**Умения:**Анализировать результаты статических и динамических процессов в менеджменте, планировать эксперимент, формировать математические модели, устанавливать закономерности процессов, прогнозировать их динамику, готовить рекомендации для практики.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы математической, аналитико-статистической обработки результатов исследования, моделирования процессов. | **08.006 ФЭ:**С/04.6 | **УК-1** |
| **Знания:**Математических методов сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Математических методов системного анализа, установления закономерностей исследуемых процессов с определением их статических и динамических характеристик. Методов проведения научного анализа результатов исследований и использования их в практической деятельности.**Умения:**Разрабатывать математические методы и алгоритмы решения задач в менеджменте. Определять проблемы научного исследования, разрабатывать и формулировать гипотезы, концепции, анализировать результаты, интерпретировать их к реальной практике.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы линейной алгебры, векторного анализа, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления. Теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики при решении задач в менеджменте. Определять эффективность научных исследований, преодолевать интеллектуальные трудности при освоении принципиально новых методов исследований. | **08.006 ФЭ:**С/03.6 | **ОПК-2** |

1. Место дисциплины в структуре Образовательной Программы:

Дисциплина в структуре образовательной программы относится **к обязательной части.**

В соответствии с рабочим учебным планом дисциплина изучается в1-ом и во 2-ом семестрах очной формы обучения. Виды промежуточной аттестации:

 1-ый семестр ̶ зачет

 2-ой семестр ̶ экзамен.

1. Объем дисциплины и виды учебной работы:

*очная форма обучения*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Всего часов | семестры |
| 1 | 2 |
| **Контактная работа преподавателя с обучающимися** | **98** | **48** | **50** |
| В том числе: |  |  |  |
| Лекции | 36 | 18 | 18 |
| Практические занятия  | 60 | 30 | 30 |
| Консультации | 2 | - | 2 |
| Промежуточная аттестация: экзамен |  | зачет | экзамен |
| **Самостоятельная работа студента** | **154** | **60** | **94** |
| В том числе: |  |  |  |
| Самостоятельная работа | 136 | 60 | 76 |
| Контроль | 18 | - | 18 |
| **Общая трудоемкость** | **часы** | **252** | **108** | **144** |
| **зачетные единицы** | **7** | **3** | **4** |

1. Содержание дисциплины:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Тема (раздел) | Содержание раздела  | Всего часов |
| 1 | Линейная алгебра | Векторная алгебра. Элементы аналитической геометрии. Матрицы и определители. Приложения к задачам в менеджменте. | 36 |
| 2 | Математический анализ. | Функция. Предел, непрерывность. Дифференциальное и интегральное исчисления. Дифференциальные уравнения.Задача Коши. Физическое и геометрическое приложения в задачах менеджмента. | 72 |
| 3 | Теория вероятностей. Математическая статистика | Случайные события и их вероятности. Случайная величина. Числовые характеристики случайной величины. Закон нормального распределения. Выборочный метод статистики. Оценка числовых характеристик в задачах менеджмента. | 71 |
| 4 | Основы математического моделирования в менеджменте | Методы и этапы математического моделирования процессов в экономике и в менеджменте. Методы теоретического и экспериментального исследования. Анализ адекватности моделей. Допустимые уровни погрешностей. Локализация, исправление ошибок. Статистический анализ данных. Методы установления закономерностей, прогноз результатов.  | 73 |
| Итого: |  | 252 |

1. РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ:

*очная форма обучения*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №п/п | Наименование разделов дисциплины | Виды учебной работы | Контроль | Всего час. |
| Л | ПЗ | СРС |
| 1 | Линейная алгебра | 6 | 10 | 20 | - | 36 |
| 2 | Математический анализ | 12 | 20 | 40 | - | 72 |
| 3 | Теория вероятностей. Математическая статистика | 12 | 10 | 40 | 9 | 71 |
| 4 | Основы математического моделирования | 6 | 22 | 36 | 9 | 73 |
|  | Итого | 36 | 62 | 136 | 18 | 252 |

1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимый для освоения дисциплины (модуля)

**6.1. Основная литература.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№****п/п** | **Наименование** | **Кол-во экземпл.** |
| Библ  | Каф |
|  | Фураев, А. Н. Теоретические и методические особенности компьютерного контроля и коррекции спортивной техники : монография / А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры. – Малаховка, 2021. – 211 с. : ил. – Библиогр.: с. 189-210. – ISBN 978-5-00063-089-1 : 211.00. – Текст : непосредственный.  | 45 | 5 |
|  | Фураев, А. Н. Теория вероятностей и математическая статистика в ФКиС : учебное пособие / А. Н. Фураев, Г. А. Шмелева, С. Н. Зубарев, ; Московская государственная академия физической культуры ; Малаховка : МГАФК, 2025. – 176 с.: ил. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: <http://lib.mgafk.ru> (дата обращения: 23.01.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей  | 1 |  |
|  | Фураев, А. Н. Теоретические и методические особенности компьютерного контроля и коррекции спортивной техники : монография / А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры. – Малаховка, 2021. – 211 с. : ил. – Библиогр.: с. 189-210. – ISBN 978-5-00063-089-1. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: http://lib.mgafk.ru (дата обращения: 16.03.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей  | 1 | - |
|  | Зубарев, С. Н. Информационные технологии в физической культуре и спорте : учебное пособие / С. Н. Зубарев, А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры ; под ред. Г. А. Шмелевой. – Малаховка : МГАФК, 2022. – 178 с. | 45 | 5 |
|  | Зубарев, С. Н. Информационные технологии в физической культуре и спорте : учебное пособие / С. Н. Зубарев, А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры ; под ред. Г. А. Шмелевой. – Малаховка : МГАФК, 2022. – 178 с. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: http://lib.mgafk.ru (дата обращения: 16.03.2023). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей | 1 | - |
|  | Зубарев, С. Н. Математические методы исследования и оптимизации : учебное пособие / С. Н. Зубарев, А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры ; под ред. Г. А. Шмелевой. - Малаховка, 2021. - 146 с. : ил. - ISBN 978-5-00063-047-1 : 170.00. - Текст (визуальный) : непосредственный.  | 50 | 10 |
|  | Зубарев, С. Н. Математические методы исследования и оптимизации : учебное пособие / С. Н. Зубарев, А. Н. Фураев ; Московская государственная академия физической культуры ; под ред. Г. А. Шмелевой. - Малаховка, 2021. - ил. - ISBN 978-5-00063-047-1. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: http://lib.mgafk.ru (дата обращения: 26.04.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей | 1 | - |
|  | Шмелева Г. А. Сборник индивидуальных заданий по математике : учебно-методическое пособие для студентов / Г. А. Шмелева, А. Н. Фураев ; МГАФК. - Малаховка, 2006. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: http://lib.mgafk.ru (дата обращения: 18.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей  | 1 | - |
|  | Нестеров, С. А.  Базы данных : учебник и практикум для вузов / С. А. Нестеров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18107-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536687> (дата обращения: 12.05.2025). | 1 | - |
|  | Костенко, Е. Г. Анализ и статистическая обработка данных спортивно-педагогических исследований : монография / Е. Г. Костенко, Е. В. Мирзоева, В. В. Лысенко. – Чебоксары : Общество с ограниченной ответственностью «Издательский дом «Среда», 2019. – 132 с. . — Текст : электронный // Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [сайт]. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41303226> (дата обращения: 12.05.2025). |  |  |

**6.2. Дополнительная литература.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№****п/п** | **Наименование** | **Кол-во экземпл.** |
| Библ  | Каф |
| 1. | Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студентов вузов. – 9-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2003. – 480 с. : ил. – ISBN 5-06-004214-6:57.04. | 2 | 5 |
| 2. | Катранов, А. Г. Компьютерная обработка данных экспериментальных исследований : учебное пособие / А. Г. Катранов, А. В. Самсонова ; СПбГУФК. - Санкт-Петербург, 2005. - Библиогр.: с. 120-122. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) : [сайт]. — URL: http://lib.mgafk.ru (дата обращения: 18.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей  | 1 | - |

1. Перечень ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля). Информационно-справочные и поисковые системы, профессиональные базы данных.

1. Антиплагиат: российская система обнаружения текстовых заимствований <https://antiplagiat.ru/>

2. Министерство науки и высшего образования Российской Федерации <https://minobrnauki.gov.ru/>

3. Министерство спорта Российской Федерации <http://www.minsport.gov.ru/>

4. Московская государственная академия физической культуры <https://mgafk.ru/>

5. Образовательная платформа МГАФК (SAKAI) <https://edu.mgafk.ru/portal>

6. Сервис организации видеоконференцсвязи, вебинаров, онлайн-конференций, интерактивные доски МГАФК <https://vks.mgafk.ru/>

7. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки <http://obrnadzor.gov.ru/ru/>

8. Федеральный портал «Российское образование» [http://www.edu.ru](http://www.edu.ru/)

9. Электронная библиотечная система ЭЛМАРК (МГАФК) [http://lib.mgafk.ru](http://lib.mgafk.ru/)

10. Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru/>

11. Электронно-библиотечная система Elibrary [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

12. Электронно-библиотечная система IPRbooks [http://www.iprbookshop.ru](http://www.iprbookshop.ru/)

13. Электронно-библиотечная система РУКОНТ [https://lib.rucont.ru](https://lib.rucont.ru/)

1. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

*8.1.перечень специализированных аудиторий (спортивных сооружений), имеющегося оборудования и инвентаря, компьютерной техники.*

Лекции проходят в специальных лекционных залах с хорошей видимостью, акустикой и информационно-коммуникационным оборудованием. Практические занятия проходят в специальных аудиториях, закрепленных за кафедрой Биомеханики и информационных технологий, с использованием учебного информационно-коммуникационного оборудования.

Занятия с использованием ПЭВМ проходят в компьютерных классах с программным обеспечением, отмеченным в разделах 7, 8: ауд. 104 (15), ауд. 225 (16), ауд. 229 (20), ауд. 231 (15).

***8.2. Перечень информационных систем, используемых в образовательном процессе:***

1. Официальный сайт MGAFK.RU (mgafk.ru) **-** *единый личный кабинет обучающихся, расписание, учебные материалы.*
2. SAKAI (edu.mgafk.ru) **-** *тестирование студентов, учебные материалы.*
3. Jitsi Meet (vks.mgafk.ru) **-** *система видеоконференций.*
4. ProffMe (pruffme.com) **-** *сервис организации видеоконференцсвязи, вебинаров,* *онлайн-конференций, интерактивные доски.*
5. Антиплагиат (antiplagiat.ru) - *система проверки текстов на плагиат.*
6. Яндекс.Формы (forms.yandex.ru) - *конструктор форм, опросов и тестов.*
7. MarkSQL (lib.mgafk.ru) - *библиотечная система.*

***8.3. программное обеспечение дисциплины***

1) В качестве программного обеспечения используется офисное программное обеспечение с открытым исходным кодом под общественной лицензией GYULGPL Libre Office.

2) Цифровые образовательные технологии реализованы на основе Информационно-образовательной системы МГАФК (ИОС МГАФК).

Состоит из 2 частей:

1. ВКС МГАФК (vks.mgafk.ru) – развернута на базе ПО с открытым кодом на платформе Jitsi Meet

2. Образовательная платформа МГАФК (edu.mgafk.ru) - развернута на базе ПО с открытым кодом Sakai

Jitsi Meet – бесплатное программное обеспечение с открытым исходным кодом для проведения видеоконференций, защищенных шифрованием данных.

Функциональные возможности платформы:

- Презентация рабочего стола участникам видеоконференции

- Приглашение к участию в видеоконференции с рассылки адреса доступа

- Встроенный чат для обмена сообщениями между участниками видеоконференции

В соответствии с потребностями МГАФК платформа адаптирована включением следующих функций:

1. Сохранения чата и выгрузка в файл

2. Записи и сохранения вебинара

3. Нормального завершения видеозаписи при некорректном закрытии программы преподавателем

4. Отключения лишних элементов интерфейса

5. Оповещения модератора о включении режима демонстрации экрана и остальных функций

6. Предупреждения преподавателя об отсутствии презентации при записи демонстрации экрана

Sakai представляет собой набор программных инструментов, предназначенных для обеспечения помощи преподавателям и студентам в поддержке очного учебного процесса или организации дистанционного обучения; кроме того, Sakai служит средой для взаимодействия исследовательских и иных групп. При работе с учебными курсами Sakai предоставляет дополнительные возможности для интенсификации и повышения эффективности процесса преподавания и обучения. Для организации совместной работы в Sakai реализован набор инструментов, обеспечивающих коммуникацию и групповую деятельность как на рабочем месте, так и удаленно.

В соответствии с потребностями МГАФК платформа адаптирована включением следующих процедур и функций:

1. Доработка внешнего вида пользовательского интерфейса ПО

2. Редактирование и устранение недочетов при автоматическом переводе с английского языка

3. Настройка функциональных блоков ПО Сакай: Тесты, Задания, Занятия, Учебные материалы, Оценки.

***8.4* *изучение дисциплины инвалидами и обучающимися с ограниченными возможностями здоровья*** осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья обучающихся. Для данной категории обучающихся обеспечен беспрепятственный доступ в учебные помещения Академии, организованы занятия на 1 этаже главного здания. Созданы следующие специальные условия:

*8.4.1. для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по зрению:*

*-* обеспечен доступ обучающихся, являющихся слепыми или слабовидящими к зданиям Академии;

- электронный видео увеличитель "ONYX Deskset HD 22 (в полной комплектации);

**-** портативный компьютер с вводом/выводом шрифтом Брайля и синтезатором речи;

**-** принтер Брайля;

**-** портативное устройство для чтения и увеличения.

*8.4.2. для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху:*

*-* акустическая система Front Row to Go в комплекте (системы свободного звукового поля);

*-* «ElBrailleW14J G2;

**-** FM- приёмник ARC с индукционной петлей;

- FM-передатчик AMIGO T31;

- радиокласс (радиомикрофон) «Сонет-РСМ» РМ- 2-1 (заушный индуктор и индукционная петля).

*8.4.3. для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата:*

*-* автоматизированное рабочее место обучающегося с нарушением ОДА и ДЦП (ауд. №№ 120, 122).

*Приложение к Рабочей программе дисциплины*

***«Математические основы менеджмента»***

Министерство спорта Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

 «Московская государственная академия физической культуры»

Кафедра Биомеханики и информационных технологий

УТВЕРЖДЕНО

решением Учебно-методической комиссии

протокол № 12/24 от «19» мая 2025 г.

Председатель УМК,

проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.П. Морозов

«19» мая 2025 г.

**Фонд оценочных средств**

**по дисциплине**

**Математические основы менеджмента**

**Направление подготовки: 38.03.02 Менеджмент**

*(уровень высшего образования – бакалавриат)*

***ОПОП*** *«Менеджмент организации»*

**Форма обучения**

Очная

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры

(протокол № 10 от «14» мая 2025.)

Зав. кафедрой, д-р пед. наук, профессор

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_А.Н. Фураев

«14» мая 2025.

Малаховка, 2025 год

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ**

1. **Паспорт фонда оценочных средств**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Компетенция | Трудовые функции (при наличии) | Индикаторы достижения |
| **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **08.006 ФЭ:**С/04.6 Формирование завершающих документов по результатам проведения внутреннего контроля и их представления руководству самостоятельного специального подразделения внутреннего контроля | **Знания:**Математических методов поиска, критического анализа, синтеза и обработки информации, планирования и реализации эксперимента, формирования выводов, интерпретации и обобщения результатов;**Умения:**Анализировать результаты статических и динамических процессов в менеджменте, планировать эксперимент, формировать математические модели, устанавливать закономерности процессов, прогнозировать их динамику, готовить рекомендации для практики.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы математической, аналитико-статистической обработки результатов исследования, моделирования процессов. |
| **ОПК-2**Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем. | **08.006** **ФЭ:** С/03.6 Планирование работы структурного подразделения. | **Знания:**Математических методов сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Математических методов системного анализа, установления закономерностей исследуемых процессов с определением их статических и динамических характеристик. Методов проведения научного анализа результатов исследований и использования их в практической деятельности.**Умения:**Разрабатывать математические методы и алгоритмы решения задач в менеджменте. Определять проблемы научного исследования, разрабатывать и формулировать гипотезы, концепции, анализировать результаты, интерпретировать их к реальной практике.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы линейной алгебры, векторного анализа, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления. Теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики при решении задач в менеджменте. Определять эффективность научных исследований, преодолевать интеллектуальные трудности при освоении принципиально новых методов исследований. |

1. **Типовые контрольные задания:**
	1. ***Перечень вопросов для промежуточной аттестации.***
2. Что понимают под осью?
3. Что называют вектором?
4. Какой вектор называют единичным (ортом)?
5. Что называют системой координат?
6. Какая система координат называется Декартовой?
7. Какая система координат называется полярной?
8. Как определить координаты вектора в Декартовой системе?
9. Как определить координаты вектора в полярной системе?
10. Как умножить вектор на число в координатной форме?
11. Как сложить 2 вектора в координатной форме?
12. Как определить координаты вектора по координатам его начала и конца?
13. Чему равна длина вектора в координатной форме?
14. Что называют скалярным произведением вектора?
15. Чему равно скалярное произведение векторов в координатной форме?
16. В чем геометрический смысл скалярного произведения?
17. В чем физический смысл скалярного произведения?
18. При каком условии векторы перпендикулярны?
19. При каком условии векторы параллельны?
20. Какие векторы называют равными?
21. В чем сущность теоремы свободного перемещения векторов?
22. Что называют векторным произведением векторов?
23. Чему равно векторное произведение векторов?
24. Чему равен модуль векторного произведения?
25. Какие векторы называют коллинеарными?
26. Какие векторы называют компланарными?
27. Какие орты составляют базис ортогональной системы координат?
28. Как определить вектор результирующей скорости байдарки при заданных векторах скоростей течения и собственной лодки?
29. Как оценить энергию, затрачиваемую спортсменом при толкании ядра?
30. Как оценить равнодействующую силу при рывке штанги?
31. Уравнение прямой с угловым коэффициентом **k** и отрезком **b**, отсекаемым на оси координат.
32. Уравнение прямой, с угловым коэффициентом **k** проходящей через данную точку.
33. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
34. Общие уравнение прямой.
35. Условия параллельности двух прямых.
36. Условие перпендикулярности двух прямых.
37. Угол между двумя прямыми.
38. Пересечение двух прямых.
39. Уравнение прямой в отрезках.
40. Расстояние между двумя точками.
41. Деление отрезка пополам.
42. Окружность. Уравнение. Координаты центра. Радиус.
43. Эллипс. Уравнение. Координаты фокусов.
44. Гипербола. Уравнение. Координаты фокусов.
45. Гипербола. Уравнение. Уравнения асимптот.
46. Парабола. Уравнение. Координаты фокуса.
47. Парабола. Уравнение. Директриса, ее уравнение.
48. Касательная к кривой. Уравнение касательной.
49. Нормаль к кривой. Уравнение нормали.
50. Уравнение плоскости.
51. Условие принадлежности точкой данной линии.
52. Условие принадлежности точки данному геометрическому объекту.
53. Как найти расстояние от точки до прямой?
54. Какие линии называются алгебраическими?
55. Какие линии называются трансцендентными?
56. Что называют порядком линии?
57. Какие линии первого порядка вы знаете?
58. Какие линии второго порядка вы знаете?
59. Определение матрицы.
60. Какая матрица называется прямоугольной, квадратной, диагональной, единичной?
61. Как умножить матрицу на число?
62. Как сложить две матрицы?
63. Как умножить матрицу на матрицу?
64. Транспонирование матрицы.
65. Обратная матрица.
66. Определитель матрицы второго порядка.
67. Минор элемента aij матрицы.
68. Алгебраическое дополнение элемента aij матрицы.
69. Определитель матрицы третьего порядка.
70. Основные свойства определителей.
71. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в скалярной и матричной формах.
72. Решение СЛАУ по формулам Крамера.
73. Решение СЛАУ методом Гаусса.
74. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.
75. Ранг матрицы.
76. Нулевая степень квадратной матрицы.
77. Возведение квадратной матрицы в квадрат.
78. Возведение квадратной матрицы в натуральную степень **n**.
79. Чему равно произведение определителей ΔА·ΔА-1?
80. Какое соотношение между определителями ΔА и ΔАт?
81. Чему равно скалярное произведение матрицы – строки на матрицу – столбец?
82. Минор матрицы.
83. Что называют размерностью, порядком матрицы?
84. Что такое расширенная матрица СЛАУ?
85. Как сформировать необходимый витаминный комплекс в рационе питания спортсмена?
86. Как оценить затраты на одного спортсмена в период соревнований?
87. Как оценить затраты на команду спортсменов разных видов спорта в период соревнований?
88. Дать определение функции, независимой переменной – аргументу, зависимой переменной.
89. Область определения функции.
90. Какие способы задания функции Вы знаете?
91. Какие свойства функции Вы знаете?
92. Какие функции называют четными?
93. Какие функции называют периодическими?
94. Что называют асимптотой?
95. Что называют пределом функции в точке?
96. Какие функции называют б/малыми и б/большими?
97. Теорема о пределе суммы двух функций.
98. Теорема о пределе произведения.
99. Теорема о пределе частного.
100. Правило вычисления пределов дробно – рациональных функций.
101. Какие функции называют сложными?
102. Какие функции называют непрерывными?
103. Что называют приращением функции, аргумента?
104. Какие виды асимптот Вам известны?
105. Как найти уравнение вертикальной асимптоты?
106. Как найти уравнение горизонтальной асимптоты?
107. Как найти уравнение наклонной асимптоты?
108. Дайте определение числового ряда.
109. Какие числовые ряды Вы можете назвать?
110. Что называют общим членом ряда?
111. Что называют n-ой частичной суммой ряда?
112. Какой ряд называют сходящимся (расходящимся)?
113. Необходимый признак сходимости ряда.
114. Какие ряды называют функциональными?
115. Какой интервал называют интервалом сходимости?
116. Чему равен радиус сходимости ряда?
117. Дать определение производной.
118. В чем геометрический смысл производной?
119. В чем физический смысл производной?
120. Чему равны производные основных элементарных функций?
121. Какие основные правила вычисления производных Вы знаете?
122. Что называют дифференциалом функции?
123. В чем геометрический смысл дифференциала?
124. Напишите уравнения касательной и нормали к графику функции в т. х0.
125. Что называют производной 2-го, 3-го порядков?
126. В чем механический смысл производной 2-го порядка?
127. Какие точки называют критическими?
128. Назовите признаки возрастания и убывания функции в точке и интервале.
129. Дайте определение максимума и минимума функции.
130. Какие точки называют экстремумами функции?
131. Правило определения экстремума функции в точке.
132. Как раскрыть неопределенности вида  и ?
133. Сформулируйте правило Лопиталя вычисления предела отношения 2-х функций.
134. Чему равна производная сложной функции?
135. Дайте определения средней и мгновенной скоростей движения тела.
136. Как Вы понимаете среднюю плотность тела и плотность тела в данной точке?
137. Какое свойство функции определяет знак 1-ой производной?
138. Как оценить изменение скорости движения лыжника?
139. Как определить максимальную скорость движения велосипедиста на трассе?
140. Как обеспечить максимальную длину полета спортивного снаряда?
141. Какую функцию называют первообразной?
142. Сколько первообразных может иметь функция?
143. Основные свойства первообразной функции.
144. Дайте определение неопределенного интеграла.
145. Основные свойства неопределенного интеграла.
146. Таблица интегралов основных элементарных функций.
147. В чем сущность метода интегрирования подведением под знак дифференциала?
148. Интегрирование по частям.
149. Дайте определение определенного интеграла.
150. Какая фигура называется криволинейной трапецией?
151. Основные свойства определенного интеграла.
152. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
153. В чем геометрический смысл определенного интеграла?
154. В чем физический смысл определенного интеграла?
155. Как найти среднее значение функции на заданном интервале?
156. Чему равна средняя скорость движения спортсмена при прохождении дистанции?
157. Как определить длину пути при сложной трассе движения?
158. Как изменится значение определенного интеграла, если поменять местами пределы интегрирования?
159. Расскажите о формуле прямоугольников численного интегрирования. Как оценить погрешность?
160. Расскажите о формуле трапеций численного интегрирования. Как оценить погрешность?
161. В чем сущность метода вычисления определенного интеграла подведением под знак дифференциала?
162. В чем сущность метода вычисления определенного интеграла интегрированием по частям?
163. Как вычислить путь, пройденный прямолинейно движущейся точкой?
164. Как вычислить работу по перемещению спортивного снаряда под действием переменной силы?
165. Как вычислить работу, производимую при поднятии штанги в тяжелой атлетике?
166. Дайте определение дифференциального уравнения.
167. Что называют порядком ДУ?
168. Какие ДУ называют обыкновенными?
169. Что называют решением ДУ?
170. Что называют общим решением ДУ?
171. Какое решение ДУ называют частным?
172. В чем сущность задачи Коши для ДУ?
173. В чем геометрический смысл задачи Коши для ДУ?
174. Какие задачи биомеханики можно назвать жесткими? Какие методы решения для них целесообразны?
175. Приведите примеры анализа процессов в физической культуре на основе ДУ.
176. Что понимают под случайным событием?
177. Перечислите виды событий. Дайте им определения.
178. Приведите примеры случайных событий в спорте. Приведите примеры достоверных событий в спорте.
179. Перечислите математические операции над событиями.
180. Что понимают под суммой событий?
181. Что понимают под произведением событий?
182. Какая система событий называется полной?
183. Какие события называют противоположными?
184. Чему равна сумма 2-х противоположных событий?
185. Чему равно произведение 2-х противоположных событий?
186. Приведите примеры суммы случайных событий в спорте.
187. Приведите примеры произведения случайных событий в спорте.
188. Дайте определение благоприятствующего события.
189. Дайте классическое определение вероятности события.
190. Дайте статистическое определение вероятности события.
191. Перечислите свойства вероятности случайного события.
192. Поясните зависимость между классической и статистической вероятностями случайного события.
193. Сформулируйте теорему сложения вероятностей несовместимых событий.
194. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
195. Какая вероятность называется условной?
196. Сформулируйте общую теорему сложения вероятностей.
197. Запишите и поясните формулу полной вероятности события.
198. Запишите и поясните формулу условной вероятности Байеса.
199. Чему равна вероятность суммы 2-х противоположных событий?
200. Чему равна вероятность произведения 2-х противоположных событий?
201. Чему равна вероятность появления хоть одного события из совокупности независимых событий?
202. Дайте определение случайной величины.
203. Какая случайная величина называется дискретной?
204. Какая случайная величина называется непрерывной?
205. Дайте определение закону распределения случайной величины.
206. Что называют рядом распределения случайной величины?
207. Дайте определение функции распределения случайной величины.
208. Что называют математическим ожиданием М дискретной случайной величины?
209. Чему равно математическое ожидание М (с) постоянной?
210. Чему равно математическое ожидание суммы 2-х случайных величин?
211. Чему равно математическое ожидание произведения 2-х независимых случайных величин?
212. Каков вероятностный смысл математического ожидания?
213. Поясните недостатки математического ожидания М, как числовой характеристики случайной величины, и целесообразность введения дисперсии Д.
214. Чему равна дисперсия Д дискретной случайной величины?
215. Чему равна дисперсия постоянной Д (с)?
216. Чему равно среднее квадратическое отклонение δ?
217. Свойства функции распределения.
218. Дайте определение плотности распределения вероятностей.
219. Какой закон распределения вероятностей называют равномерным?
220. Какое распределение вероятностей называют нормальным?
221. Какие параметры определяют нормальное распределение и как они связаны с его числовыми характеристиками М, Д и δ?
222. Какие случайные величины подчиняются нормальному закону? Приведите примеры.
223. Как влияют параметры нормального распределения на форму нормальной кривой?
224. В чем состоит сущность правила 3-х сигм?
225. Дайте определения генеральной и выборочной совокупностям.
226. В чем сущность выборочного метода статистики?
227. Какая выборка называется репрезентативной?
228. Что называют вариантной статистических данных?
229. Что называют вариационным рядом?
230. Чему равен размах вариационного ряда?
231. Чему равен объем совокупности (генеральной, выборочной)?
232. Дайте определение статистическому распределению.
233. Назовите числовые характеристики статистического распределения.
234. Чему равны средние выборочное и генеральное?
235. Чему равны дисперсии выборочная и генеральная?
236. Чему равно среднее квадратическое отклонение?
237. Какую оценку называют точечной, интервальной?
238. Что понимают под надежностью (доверительной вероятностью оценки)?
239. Какую оценку называют смещенной (несмещенной)?
240. Какую оценку называют эффективной, состоятельной?
241. Что называют полигоном частот?
242. Что называют гистограммой частот?
243. Чему равен коэффициент вариации (колеблемости) статистического распределения?
244. Что называют модой вариационного ряда?
245. Чему равна медиана вариационного ряда?
246. Как определить ошибку к средней арифметической?
247. Дайте определение статистической гипотезы.
248. Какую гипотезу называют нулевой (основной), конкурирующей (альтернативной)?
249. Расскажите об ошибках 1-го и 2-го рода в итоге статистической проверки гипотез.
250. Что называют статистическим критерием проверки нулевой гипотезы?
251. Какие области называют областью принятия гипотезы и критической?
252. Какую критическую область называют правосторонней, левосторонней, двусторонней?
253. Закон распределения Двумерной случайной величины.
254. Что означает термин «корреляция».
255. Какие случайные величины называют коррелированными.
256. Дайте определение понятию «ковариация».
257. Как вычислить ковариацию для 2-х(двух) дискретных случайных величин?
258. Как оценить тесноту взаимосвязи 2-х дискретных случайных величин?
259. Как оценить характер взаимосвязи 2-х дискретных случайных величин?
260. Чему равен коэффициент корреляции по Бравэ-Пирсону?
261. Как определить корреляционное поле?
262. Какие линии называют линиями регрессии?
263. Какую форму имеют линии регрессии для нормально распределённых величин?
264. Как определить параметры линий регрессии?
265. Как решать задачи прогноза в спортивной практике?
266. Какие задачи называют интерполяционными? Где целесообразно использовать интерполяцию в спортивной практике?
267. Какие задачи называют экстерполяционными? Где целесообразно использовать экстерполяцию в спортивной практике?
268. Как ранжируют статистические совокупности в спортивной практике?
269. Дайте определение рангу.
270. Как оценить ранговую корреляцию в спортивной практике?
271. Какие ранги называют связанными?
272. Чему равен коэффициент корреляции по Спирмэну?
	1. ***Тестовые задания.***

|  |
| --- |
| Структура теста |
|  разд | Наимен. раздела | № задан. | Тема задания | Колич. вариантов |
| 1 | Линейная алгебра | 1234567891011121314 |  Линейные операции над векторами  Длина вектора. Расстояние между 2-мя точками  Скалярное произведение векторов  Условие перпендикулярности векторов  Уравнение прямой, разрешенное относительно ординаты  Пересечение прямых  Условие, при котором три точки лежат на одной прямой  Линии 2-го порядка. Окружность  Линейные операции над матрицами  Условие перемножения матриц  Произведение матриц  Определители квадратных матриц. Свойства определителей  Особенная матрица  Обратная матрица  | 2030582758585858212021341820 |
| 2 | Математический анализ | 151617181920 |  Определение предела функции Дифференцирование функций  Механический смысл производной от функции (скорость) Вычисление неопределенных интегралов  Вычисление определенных интегралов Механический смысл определённого интеграла  | 212019312020 |
| 3 | Теория вероятностей и математическая статистика | 212223242526272829 |  Теоремы сложения и умножения вероятностей  Полная вероятность  Формула Байеса Числовые характеристики случайной величины. Математическое ожидание Дисперсия случайной величиныТочечные и интервальные оценки случайной величиныЗакон нормального распределенияДоверительный интервалСтатистическое распределение | 232020202020212020 |
| 4 | Математическое моделирование в ФК. Кейс -задание | 23530 | Система двух случайных величин в ФК. Оценка их числовых показателей. Определение взаимосвязи. Прогноз.1.Средние значения случайных величин2.Исправленные дисперсии Ϭх2 иϬу23.Ковариация величин x и y: cov (х,y)4.Коэффициент корреляции величин x и y5.Параметры линейного уравнения регрессии k и в6.Прогноз. | 242424242424 |
|  Итого задач 980 |

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровень выполнения теста, % | 0-10 | 10-20 | 20-50 | 50-65 | 65-85 | >85 |
| Балльная оценка | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

* 1. ***Кейсы, ситуационные задачи, практические задания.***

(практические задания содержат наборы типовых разноуровневых задач (ТР))

**Раздел 1. Линейная алгебра.**

В сборнике ТР: **n –** номер студента по журналу; **m** – номер группы на курсе.

**ТР 1. Векторная алгебра**

**1.** (точка на координатной плоскости). Дана точка ***A(n, (m****2****–4))***. Найти точки, симметричные данной относительно координатных осей и начала координат. Вычислить их полярные координаты.



**2.** Даны векторы: ******и . Найти векторы: ; ; ; ; , вычислить их длины и определить их полярные координаты.

**3.** Конец вектора  находится в точке ***A(m, (n+1))***. Найти координаты начала вектора.

**4.** Установить, являются ли перпендикулярными векторы  и .

**5.** Дан треугольник с вершинами в точках: ***A(–1, n)*; *B(9, m)*;*C(6,n+3)***. Найти длины его сторон и внутренний угол при ***A***.

**6.** Тело под воздействием силы в mn кг прошло путь ***(20+n)***м, перемещаясь под углом ***60°*** к силе. Найти работу силы.

**7.** Найти координаты точки приложения и величину равнодействующей сил: ***F1=5H*; *F2=30H*; *F3=mH*; *F4=|n–15|H*; *a1a2=a2a3=a3a4=a***

a4

F2

F4

a1

a2

a3

F3

F1

**8.** Разложить силу ***R=nH*** на две параллельные силы, приложенные в точках ***a1*** и ***a2***

a2

2a

R

a1

a

R2

R1

**9.** Разложить силу ***F=nH*** на две составляющих по осям ***x***и ***y***, 

F

Y

X

α

**10.** Груз, массой ***m=n*** кг, подвешен к кронштейну, состоящему из двух стержней длиной ***AC=0,5м***; ***BC=0,4м***; ***AB=0,3м***. Найти силы, действующие на стержень ***AC*** кронштейна.

m

A

B

C

**11.** Найти величину и направление равнодействующей ***F*** трех сил ***F1(10, m); F2 (0, -n); F3 (-10,0).*** Построить чертеж.

**12.** Найти работу силы ***F (m,n),*** если точка приложения ее прямолинейно перемещается из пункта ***M (0,1)*** в пункт ***N(3,5).***

**13**. Сила ***F=mi-nj***приложена к точке ***А(10,2).***Определить момент этой силы относительно начала координат. Как направлен момент заданной силы?

**14**. Вычислить объем тетраэдра ***ОАВС*,** если 

**ТР 2. Аналитическая геометрия на плоскости**

**1.** Найти уравнение прямой, проходящей через точки ***A(2, m)*** и ***B(–n, 3)*.** Вычислить ее угловой коэффициент и величину отрезка, отсекаемого ею на оси ординат.

**2.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку ***A(m, n)***:

а) параллельно прямой ***2x–ny+m=0***; б) параллельно оси ***y***;

в) перпендикулярно прямой ***2x–ny+m=0***;

г) перпендикулярно оси ***y***.

**3.** Дан треугольник координатами своих вершин ***A(m, n–10)***; ***B(3, m)***; ***C(m–10, 2)***. Найти уравнение высоты ***BD***и координаты точки ***D***.

**4.** Найти уравнение окружности, зная координаты концов одного из ее диаметров ***A(–m, n)*** и ***B(3m, n)*.**

**5.** Найти координаты центра и радиус окружности:

***x2+y2–2mx–2(n–m)y+m2=0***

**6.** Построить график функции .

**7.** Дан отрезок ***AB***с концами ***A(–3, 2)*** и ***B(n, –m)***. Написать уравнение прямой, соединяющей середину отрезка с началом координат.

**8.** Через точку ***(n, m)*** провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат.

**9.** Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых ***3x+4y–2(3m+2n)=0*** и ***5x+3y–(10m+3n)=0*** и через начало координат.

**10.** Одна прямая проходит через начало координат и наклонена к оси ***OX***под углом . Другая прямая проходит через точку ***A(n, m)*** и наклонена к оси ***OX***под углом ***45°*.** Найти точку пересечения этих прямых.

**11.** Определить длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую ***х+у-(n+m)=0***. Написать уравнение перпендикуляра. Построить чертеж.

**12.** Сила ***F(m,n)***приложена к точке ***M (3, 1)***. Записать уравнение линии действия силы **F**. Построить чертеж.

**13.** Точка ***А (m,n)***является вершиной квадрата, одна из сторон которого, например ***АВ***, лежит на прямой ***my+nx-2mn=0*.** Заданная прямая пересекает ось **Х** в точке **В**. Вычислить площадь квадрата. Построить чертеж.

**14.** Снаряд, брошенный под острым углом к горизонту, описал параболическую траекторию и упал на расстоянии ***(n+m) М***от места старта. Записать уравнение параболической траектории снаряда, приняв место старта за начало координат, а место падения – лежащим на положительной полуоси ***ОХ***, если наибольшая высота, достигнутая снарядом, равна ***(n+m)2 М*.**

**15.** Написать уравнение эллипса и построить его график, если координаты фокусов ***F1(-с,0), F2(с,0)*** и полуоси равны: ***а=(n+m)****;* ***b=m***, .

**16.** Написать уравнение и построить график гиперболы, если координаты фокусов ***F1(-c,0), F2(c,0)*** и полуоси равны: ***а=n****;* ***b=m;*** . Написать уравнения асимптот.

**17.** Написать уравнение и построить график параболы, если координаты фокуса ***F(n,0),*** фокальный параметр ***р=2n***.

**18.** Дано уравнение плоскости: ***x+2y+5z-(n+2m)=0.*** Определить точки, лежащие на плоскости: ***А(m,n,0); B(0,n,m); C(n,m,0);D(m,0,n).***

**ТР 3. Линейная алгебра.**

**1.** Даны матрицы:

; ; 

Найти матрицы:

а) ***nB***; б) ***A+C***; в) ***nA–mB***; г) ***AB***; д) ***BA***; е) ***Cm***; ж) ***CЕ***.

**2.** Найти определители матриц:

а) ; б) ***A*, *B*** и ***C***примера 1.

**3.** Четыре города выставили на соревнование три команды: футболистов, лыжников и гимнастов. Состав команд задается таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***Г1*** | ***Г2*** | ***Г3*** | ***Г4*** |  |
|  | — футболисты |
| — лыжники |
| — гимнасты |

Суточное содержание спортсменов можно задать вектором ***BT=(100, 110, 80)***. Определить смысл и вычислить матрицы: ***BTA***; ***AC***; ***BTAC***, если ***CT=(1, 1, 1, 1)***.

**4.** Три лаборатории института приобрели оборудование: электроизмерительные приборы (вольтметры, амперметры, тестеры и компьютеры). Количество приборов, закупленных институтом, задается таблицей (матрицей):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ***L1*** | ***L2*** | ***L3*** |  |
|  | — кол-во вольтметров |
| — кол-во амперметров |
| — кол-во тестеров |
| — кол-во компьютеров |

Цены приборов в рублях определяются вектором ***B=(100****,* ***80****,* ***200****,* ***5000)****.* Вычислить:

1) ***BA*** – стоимость приборов, купленных каждой лабораторией;

2) ***AC*** – общее количество приборов данного типа, закупленных институтом;

3) ***BAC*** – общую стоимость всех приборов. Здесь **СТ=(1 1 1).**

**5.** Используя интегрированный пакет прикладных программ MathCAD, проверить решение систем уравнений п. *3*, *4*, *5*, *6*, *7*.

**6.** Определить характер квадратичных форм 2-х переменных:

1. ***n2x2 + 2mn xy – m2y2***
2. ***m2x2 + 2mn xy – n2y2***
3. ***m2x2 + 2mn xy + n2y2***
4. ***–m2x2 + 2mn xy – n2y2***

**7.** Вычислить обратные матрицы для **А, В** и **С** задачи 1 и для матрицы **А** задачи 2.

**8.** Определители матриц **А, В** и **С** задачи 1 привести к верхнетреугольному виду и вычислить их значения. Результаты сравнить с результатами задачи 2.

**9.** Вычислить произведения: **A·A-1**; **B·B-1**; **ΔA·ΔA-1**; **ΔB·ΔB-1.**

**10.** Умножить элементы 2 строки матрицы **А** на **n**, а элементы 3 – го столбца матрицы **В** на **m** и вычислить их определители. Результаты сравнить с результатами задачи 2.

**11.** Вычислить определители **АТ** и **ВТ** матриц задачи 1. Результаты сравнить с результатами задачи 2.

**12.** Определить ранги матриц:



**ТР 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений**

**(СЛАУ).**

**1.** Решить систему уравнений по формулам Крамера:

****

**2.** Решить систему уравнений методом Гаусса:



**3.** Решить уравнение:



**4.** С помощью определителей найти точку пересечения прямых линий: ***5x+ny=5m+n2* и *x–5y=m–5n***

**5.** Решить уравнение: ***A·X=B***, где матрицы коэффициентов

****; и свободных членов .

**6.** В лаборатории имеется 20 л 10% раствора и 50 л 40% раствора. Сколько литров каждого раствора нужно взять, чтобы получить **(m+n)** л 20% раствора.

**7.** В лаборатории есть растворы 50л 20% и 50л 5%. Сколько л того и другого раствора надо взять, что бы получить **n** л 10% раствора.

**Раздел 2. Математический анализ.**

**ТР 5. Функция. Основные характеристики.**

**1.** Найти координаты вершины и построить график параболы:

***f(x)=2x2+(n–m)x–m***

**2.** Построить графики функций: ; ; ; ; , ***f(x)*** взять из п. 1; Найти области определения:

; ; .

**3.** Найти области определения, уравнения асимптот и построить графики дробно-рациональных функций:

1.  2.  3.  4.  5. 

6.  7.  8.  9. 

10.  11.  12.  13. 

14.  15.  16.  17. 

18.  19.  20.  21. 

22.  23.  24.  25. 

26.  27.  28.  29. 

30.  31.  32.  33. 

34.  35.  36.  37. 

38.  39.  40.  41. 

42.  43.  44.  45. 

**4.** Построить графики функций:

; ; ; ; 

**5.** Вычислить приращения функций:

***f1=-mx2, x0=-5, x1=1; f2=nx-m, x0=10, x1=1.***

**ТР 6. Предел функции.**

**1.** Вычислить пределы:

1.; 2.;

 3.; 4.; 5.

 6.; 7. ; 8.

**2.** Бамбук растет со скоростью ***0,001 см/сек***. На сколько он вырастет за ***(n+m)*** часов. Сравните его величину со своим ростом.

**3.** Скорость распространения сигнала по нервным волокнам приблизительно равна ***50 м/сек***. Если вообразить, что Ваша рука стала настолько длинной, что Вы сумели дотянуться до Солнца. Через какое время Вы почувствуете боль от ожога? (Расстояние от Земли до Солнца считать ***[15+0,01(n-1)]1010 м*)**.

**4.** Две точки движутся согласно уравнениям:

 ;  .

Встретятся ли эти точки и когда?

**5.** Для данных функций найти явные обратные и построить их графики:

; ****; ****.

**6.** Даны формулы общих членов рядов **an**

a); б) **;**  в) ; Написать соответствующие члены для индивидуальных значений n и m.

**7.** Установить сходимость следующих рядов:

а) ; б) ; в) ; г) .

**8.**Найти интервалы сходимости степенных рядов:

а); б) ; в) 

**9**. Разложите в ряды Тейлора по степеням (x + m) функции:

 а) ***f(x) = x|n-m| - 1***; б) ***f(x) = mx3 – n***; в) ***f(x) = xm + n***

 Запишите первые 5 членов ряда.

**10.** Разложите в ряды Маклорена функции:

 а) **f*(x)=enx+m***;б)***f(x)=sin(nx)***;в) ***f(x)=ln(nx+m)***.

**ТР 7. Дифференциальное исчисление.**

**1.** Вычислить производные функций:

1. ; 8. ;

2. ; 9. ;

3. ; 10. ;

4. ; 11. ;

5. ; 12. ;

6. ; 13. 

7. ****14. 

**2.** Найти числовые значения производных функций из пункта *1* в точках: ***x1=0***; ***x2=1***; ***x3=n***.

**3.** Вычислить производные второго порядка функций из пункта *1* для случаев: ***1,2,3,6,7,8,9*.**

**4.** Вычислить дифференциалы функций задачи 1.

**5.** Исследовать функции из задания *3*  ТР 4 и построить их графики.

**ТР 8. Приложения производной.**

**1.** Периметр ***p*** прямоугольника равен ***p=2(m+n)***. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади.

**2.** Закон движения материальной точки задается уравнениями: ***x=mt+6***; ***y=nt***. Найдите ее скорость, постройте траекторию движения и вычислите ее координаты через ***10 сек***.

**3.** Тело движется прямолинейно по закону ***S=t2+(m–n+2)t–(m–2)n***. В какой момент времени скорость тела будет равна ***0***?

**4.** Доказать, что если тело движется по закону ***S(t)=met+ne-t***, то его ускорение равно пройденному пути.

**5.** Тело массой *m* движется по закону ***S(t)=3t2–mt+n***. Доказать, что сила, действующая на тело, постоянна.

**6.** Тело, брошено вертикально вверх, движется прямолинейно по закону . Найти наибольшую высоту тела и время подъема.

**7.** Нужно изготовить закрытый цилиндрический баквместимостью **V=(n+m)2π м2.** Каковы должны быть размеры бака (радиус основания **R** и высота **H**), чтобы на его изготовление пошлонаименьшее количество материала?

**8.** Найти экстремумы, интервалы монотонности, выпуклости и вогнутости функции: ***f(x)=x3-3(xn)2.*** Вычислить угловые коэффициенты наклона касательных в критических точках, в т. **х0=-2;** Написать уравнения касательных к функции ***f(x)*** в заданных точках.

**ТР 9. Интегральное исчисление. Неопределённый интеграл.**

 Пользуясь таблицей неопределенных интегралов, вычислить:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ;

5) ; 6) ; 7);

8); 9) ; 10) . 11) 

12) Множество первообразных функции msin (nx).

**ТР 10. Интегральное исчисление. Определённый интеграл.**

**1.** Вычислить определенные интегралы:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ;

5) ; 6) ; 7);

8) .

**2.** Вычислить интеграл №4 задачи 2 с двумя значениями дополнительной точки **с**: **с1[0,2], c1=1; c2****[0,2], c2=4.**

**3.** Приближенно вычислить интеграл  по формулам прямоугольников и трапеций с двумя значениями шага ***h1=1*** и ***h2=0,5***. Оценить погрешность по формуле Рунге. Результаты приближенных вычислений сравнить с точным значением интеграла.

**4.** Заданы 2 функции: ***f(x)=nx+m***и ***φ(x)=mx+n***на отрезке [0,1]. Определить знак интеграла: 1) 

2)  3) .

**ТР 11. Приложение определённого интеграла.**

**1.** Пользуясь геометрическим смыслом определенного интеграла, вычислить: ; ; .

Результаты проиллюстрировать графически.

**2.** Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

а)  б) 

Построить заданные фигуры.

**3.** Вычислить длины дуг кривых между их точками пересечения с осью ***OX***:

а) ***y=x2–(m+n)x+mn***; б) ***y=x2–(n–m)x–mn****.*

Найти экстремумы заданных функций.

**4.** Какую работу нужно совершить, чтобы груз массой ***m*** кг поднять на ***n***метров?

**9.**Вычислить массу стержня переменной плотности, длиной ***n*** ед., если плотность ***P*** можно задать функцией ***P(x)=2x2+m***.

X

0

n

Y

**5.** На какую высоту за ***n*** сек поднимется ракета, запущенная вертикально вверх, если ее скорость меняется по закону***м/сек***. Чему равна средняя скорость полета ракеты за этот промежуток времени?

**6.** Тело движется неравномерно со скоростью: ***V=-t2+(n–m+50)t+(n+50)m*м/сек**. Сколько времени и какой путь пройдет тело до полного останова? Каковы максимальная и средняя скорости движения тела?

**ТР 12. Дифференциальные уравнения. Решение задачи Коши.**

Найти общие решения дифференциальных уравнений:

**1.; 2.**

**3. *neydy-mxdx=0*; 4. ; 5. *(n2+x2)dy+(m2+y2)dx=0*;**

**6.**; **7.**; **8.**

**9.**

**10.*y΄΄+(n+m)y΄+nmy=nm(2t+5)+2(n+m)*;**

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

**11.**; ; **12. *y΄΄-2ny΄+my=0, y(0)=10, y΄(0)=0***

**13.**; ; . **14. *y΄΄=mcos(nx), y(0)=-m/n2, y΄(0)=0***

**15.** Кипящий чайник охлаждается в воздушной среде. Проанализировать температурную кривую его охлаждения ***T(t)*** в течение двух часов, если известно, что скорость охлаждения пропорциональна разности температур чайника ***T*** и окружающей среды ***Tср*** и обратно пропорциональна емкости чайника ***m*** л. Коэффициент пропорциональности . ***Tср=(n-20)°C***. Задачу решить аналитически и численно явным методом Эйлера I-го порядка. Оценить погрешность по формуле Рунге, выбрав величины шагов ; .

**16.** С высоты падает тело массой **n**с начальной скоростью**V(0)=0.** Найти скорость тела **V= V(t)** в момент времени **t=m**, если на него кроме силы тяжести **P=mg,** действует сила сопротивления **воздуха,** пропорциональная скорости**V(t)** с коэффициентомпропорциональности, равным 2.

**17.** Записать характеристические уравнения для следующих ДУ:

а) ***my''' – ny'' + y' = 20t2 +10;***

b) ***my'' – ny' + 7y = 20t3 – 100;***

c) ***ny''' – my' + y = 100t3 – 10****.*

**Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика.**

**ТР 1. События и их вероятности.**

**1.** В урне находятся шары: ***m*** – черных; ***n*** – красных; ***|m–5|***– зеленых. Найти вероятности изъятия:

а) красного шара;

б) цветного шара (т.е. не черного);

в) сначала красного, а потом черного шаров;

г) красного и черного шаров, безразлично в каком порядке.

**2.** Найти вероятности того, что при бросании двух игральных костей в сумме выпадет:

а) ***k*** очков, где  целое число;

б) не более ***k*** очков.

**3.** а) Стрелок произвел *(****m+n2)*** выстрелов, из них ***|n–m|*** раз попал в цель. Какова вероятность (частота) поражения цели стрелком?

б) В городе среди ***(m2+n)***новорожденных ***|n–m****|* мальчиков. Найти вероятности рождения мальчиков и девочек в городе.

в) Составить индивидуальные задачи на классическую и статистическую вероятности событий.

**4.** При перевозке ящика, в котором содержались ***(n+2)*** стандартных и ***m*** нестандартных деталей утеряна одна деталь, причем не известно какая. После перевозки наудачу извлеченная деталь оказалась стандартной. Найти вероятности того, что была утеряна:

а) стандартная деталь;

б) нестандартная деталь.

**5.** В ящике ***(n+m+5)*** деталей, из них ***m*** бракованных. Наудачу вынимают *2* детали. Найти вероятности того, что среди извлеченных деталей:

а) нет бракованных;

б) нет годных.

**6.** При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной *0,9*. Найти число годных приборов, если всего было произведено ***(10m+n)*** приборов.

**ТР 2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.**

**1.** Из *60* экзаменационных вопросов студент знает ***n*** вопросов. Экзаменационный билет содержит ***|5–m|+2*** вопроса. Найти вероятности того, что студент знает:

а) только один вопрос билета;

б) по крайней мере, один вопрос билета;

в) все вопросы билета;

г) не знает ни одного вопроса.

**2.** Стрелок производит *1* выстрел в мишень вида:

1

2

3

Вероятности попадания соответственно равны:

; ; .

Определить вероятность промаха по мишени.

**3.** Три стрелка поражают цель с вероятностями:

; ; .

Найти вероятности того, что:

а) только первый стрелок поразит цель;

б) только один стрелок поразит цель;

в) цель будет поражена двумя выстрелами;

г) цель будет поражена тремя выстрелами;

д) по крайней мере, один стрелок поразит цель;

е) ни один стрелок не попадет в цель.

 **4.** На стеллажах в библиотеке расставлено ***|n–m|+10*** учебников. У ***|m–5|+2*** из них не хватает страниц. При выдаче студентам библиотекарь берет наудачу *3* учебника. Найти вероятности того, что:

а) хотя бы один из взятых учебников будет хорошим;

б) все учебники будут хорошими;

в) все учебники будут плохими.

 **5.** При расфасовке некоторой продукции пакет считается стандартным, если его масса отличается от заданной массы 1 кг не более чем на 20 г (в ту или иную сторону). Проверено, что при аккуратной работе ошибки массы подчиняются нормальному закону с математическим ожиданием **М=0** и средним квадратическим отклонением **δ=10 г**. Сколько стандартных пакетов содержит партия этой продукции из 10000 пакетов?

 **6.** В первом ящике имеются n белых и m черных шаров, а во втором – m белых и n черных шаров. Наугад выбирают ящик и шар. Известно, что вынутый шар – белый. Найти вероятность появления белого шара из первого ящика.

 **7.** На склад поступили детали с 3х станков. На 1ом станке изготовили 40% всего деталей на втором – 35%; на 3ем – 25%. При этом на первом станке изготовили n% деталей 1ого сорта; на 2ом - |m - 3|·10%; на 3ем – 80%. Какова вероятность, что взятая наугад деталь, будет 1ого сорта? Не 1 – ого сорта?

**8.** Из 3х групп спортсменов выбирают на соревнования. В 1ой группе норматив выполнили 20%, во 2ой – 40%; в 3ей – 70%. Наугад выбирали одного спортсмена. Какова вероятность, что он оказался из 3-ей группы.

**ТР 3. Случайная величина.**

**1.** Два стрелка стреляют по мишени. Результаты их выстрелов представлены в табличной форме:

**Первый стрелок**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Z1** | **-10** | **0** | **10** |
| **n** | **50** | **m** | **50** |

**Второй стрелок**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Z2** | **-1** | **0** | **1** |
| **n** | **5** | **(n+20)** | **5** |

Здесь ***Z1***, ***Z2***– отклонения от цели в метрах; ***n*** – число выстрелов. Нужно: вычислить математические ожидания, дисперсии и средние квадратичные отклонения от цели для каждого стрелка. Построить ряды распределения случайных попаданий стрелков. Оценить качества стрелков, сравнить их.

**2.** Экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный вопрос, равна ***n/(n+m)***. Преподаватель прекращает экзамен, как только студент не отвечает на заданный вопрос. Составить закон распределения случайной дискретной величины ***X*** – числа дополнительных вопросов студенту, если их максимальное количество ***|m–5|***.

**3.** В лотерее выпущено ***(15+n+10m)*** билетов на сумму ***(6000+10n)*** руб. Распределение выигрыша в лотерее задано таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Z, руб.** | **0** | **10** | **100** | **1000** |
| **ni** | **10m** | **n** | **10** | **5** |

Здесь ***Z***, руб. – величина выигрыша, ***n****i* – количество билетов. Найти вероятности выигрыша по каждой номинации и средний выигрыш. Вычислить дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины – выигрыша на один билет.

**4.** Команда спортсменов из 10 человек в разминке отжимается от пола. Результаты тренировки представлены таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **ni** | **5** | **2** | **3** |
| **Zi** | **(40+m)** | **|n-20|** | **(40+n)** |

Здесь ***n****i* – количество спортсменов, выполнивших ***Zi*** отжиманий. Оценить средний результат и коэффициент его колеблемости в тренировке.

**5.** Составить ряд распределения числа попаданий в цель при ***|m–5|+1*** выстрелах, если вероятность попадания при одном выстреле равна ***n/(n+m)***. Установить смысл и вычислить значения математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения.

**6.** Заказ на обувь для двух групп студентов представили в табличной форме:

**1 группа**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Размер, Z1i** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** |
| **Число пар, n1i** | **2** | **4** | **(12–m)** | **m** | **2** |

**2 группа**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Размер, Z2i** | **23** | **24** | **25** | **27** | **29** |
| **Число пар, n2i** | **2** | **|n–20|** | **10** | **m** | **1** |

1) Можно ли полученные таблицы рассматривать как законы распределения соответствующих случайных величин? Каков физический смысл случайных величин, в каких физических единицах они измеряются?

2) Построить ряды распределения рассматриваемых случайных величин, вычислить их количественные характеристики: математические ожидания, дисперсии, средние квадратичные отклонения, коэффициенты вариации. Выяснить физический смысл каждой из характеристик.

**ТР 4. Непрерывная случайная величина.**

**1.** Равномерно распределенная случайная величина задана плотностью вероятности ***f(x)=1/2m*** в интервале ***(n–m; n+m)***, вне этого интервала ***f(x)=0***. Найти функцию распределения случайной величины, вычислить дисперсию и среднее квадратичное отклонение. Найти вероятность того, что случайная величина примет значения, принадлежащие интервалу ***(0; m)*.**

**2.** Нормально распределенная случайная величина ***X*** задана плотностью вероятности:

****

где ***δ=m***; ***a=n***. Найти математическое ожидание и дисперсию ***X***. Построить график ***f(x)***.

**3.** Автомат штампует детали. Контролируется длина детали ***X***, которая распределена нормально с математическим ожиданием, равным  мм. Фактически, длина изготовленных деталей не менее ***|m–n****|* и не более ***(m+n)*** мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали:

а) меньше ***n***мм;

б) больше ***n*** мм.

**4.** Случайная величина ***X*** распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение этой величины соответственно равны ***n*** и ***m***. Найти вероятность того, что в результате испытания ***X*** примет значения, заключенные в интервале ***(|n–m|****;* ***|n+m|)***.

 **ТР 5. Математическая статистика. Генеральная и выборочная совокупности.**

**1.** В итоге десяти измерений длины провода, получены следующие результаты в мм:

***1000***; ***(1000–n)***; ***(1000+20–n)***; ***(1000+m)***;

***(1000+m+n)***; ***(1000–m)***; ***(1000–n)***; ***(1000+m)***; ***950***;

1) Записать варианты полученных измерений, построить вариационный ряд и статистическое распределение.

2) Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение результатов измерений.

3) Оценить коэффициент вариации результатов.

**2.** Результаты измерений роста *100* спортсменов представлены в табличной форме:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **рост (см)** | **154-158** | **158-162** | **163-166** | **167-170** | **171-****174** | **175-178** | **179-182** |
| **кол-во чел.** | **10** | **15** | **m** | **n** | **60–m–n** | **10** | **5** |

1) Записать варианты полученных измерений, построить вариационный ряд и статистическое распределение.

Указание: найти середины интервалов и принять их в качестве вариант.

2) Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение результатов эксперимента. Выяснить физический смысл каждой названной характеристики.

3) Построить полигон и гистограмму.

4) Оценить коэффициент вариации.

**3.** При 100-кратном бросании игральной кости получили следующие результаты:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **кол-во очков** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **число появления** | **n** | **m** | **50–n** | **20–m** | **20** | **10** |

1) Записать варианты числа выпавших очков, построить вариационный ряд и статистическое распределение.

2) Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа выпавших очков. Выяснить физический смысл каждой названной характеристики.

3) Оценить теоретическую вероятность любого указанного исхода. Объяснить причину расхождения вероятностей классической и статистической.

4) Оценить коэффициент вариации.

**4.** Задана таблица, указывающая соответствие между количеством студентов первого курса МГАФК и их ростом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **рост (см)** | **151-155** | **156-160** | **161-165** | **166-170** | **171-175** | **176-180** | **181-185** | **186-190** |
| **кол-во** | **n** | **(m+n)** | **40–m** | **50–n** | **60–n** | **30–m** | **20** | **m** |

Для приобретения спортивной одежды из каждой учебной группы студентов выбрали по три человека (самого низкого, среднего и самого высокого). Оказалось, что для выбранных студентов справедлива таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **рост (см)** | **151-155** | **156-160** | **161-165** | **166-170** | **171-175** | **176-180** | **181-185** | **186-190** |
| **кол-во** | **1** | **3** | **5** | **4** | **m** | **12–m** | **3** | **2** |

1) Записать варианты, построить вариационные ряды и статистические распределения роста спортсменов МГАФК всего первого курса и выбранных для приобретения спортивной одежды.

2) Вычислить количественные характеристики случайных величин роста студентов всего первого курса и выбранных для приобретения одежды: математические ожидания, дисперсии, средние квадратичные отклонения, коэффициенты вариации.

3) Для ГС и ВС построить гистограммы и полигоны частот.

4) Выяснить, является ли выборка студентов репрезентативной?

**5.** В задаче *2* приведены результаты измерения роста случайно выбранных ста студентов МГАФК из *2000* их общего числа всего дневного отделения. Оценить необходимое количество всего спортивного обмундирования по каждому росту, если известно:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **рост (см)** | **<165** | **166-170** | **171-175** | **176-180** | **>181** |
| **номер роста** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |

Оценить количественный запас обмундирования по каждому росту, если требуют для первого и пятого роста запас ***10%***, для второго и четвертого – ***20%***, для третьего – ***30%***.

**6.** При тренировочной стрельбе студентов обнаружено, что отклонение точки попадания от цели (дельта) каждого студента подчиняется нормальному закону вида:

****, м.

Определить числовые характеристики заданной случайной величины ***Δ***: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение. Построить график функции ***Δ(x)***, найти его экстремум. Как изменится форма кривой ***Δ(x)***, если ***m***увеличится в *2* раза? Как изменится форма кривой, если ***n*** увеличится в *2* раза или уменьшится в *2* раза? Как изменится площадь, ограниченная нормальной кривой и осью ***x*** при заданных вариациях ***m*** и ***n***? Какова вероятность попадания в интервал ***|Δ|<1м***?

1. Случайная величина ***X*** распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение этой величины соответственно равны ***n*** и ***m***. Найти вероятность того, что ***X*** примет значение, принадлежащее интервалу ***(10, 50)***.

**ТР 6. Проверка статистических гипотез.**

**1.**К соревнованиям готовятся две большие группы футболистов (более чем по 100 человек в каждой), из которых в последствии планируется образовать сборные команды. Исследуется средний рост спортсменов обеих групп. Из первой группы сделана случайная выборка объемом **n\*10**, а из второй группы – объемом **m\*10** человек. Оказалось, что

**В=175; В  =178 (см); =1,21; =1,44 (см2).(В)**

Можно ли считать значимым различие **В≠В** при заданном уровне значимости =0,01 или неравенство **В≠В** – следует считать случайным?

**2.** Пусть из нормально распределенной генеральной совокупности с параметрами **(1,2)** сделана выборка объема **n\*10.**Оказалось, что **В=1,05; S=1,15.**Выяснить, значимо ли отклонение при уровне значимости **α=0,01.**

**3**. Из двух нормально распределенных генеральных совокупностей  и  сделаны выборки объемов **nx\*10** и **my\*10** соответственно. Затем по данным выборок вычислены исправленные выборочные дисперсии

**=12,5; =8,4.**

Выяснить, значимо ли различие между величинами  и  при уровне значимости **=0,01** или оно является случайным. Иными словами, требуется проверить гипотезу **Н0**: «» при альтернативной гипотезе **Н1:** «»**.**

**4.** В условии **примера 3** заменить значение  на **=0,02** и проверить гипотезу **Н0:** «» при альтернативной гипотезе **Н1:** «».

1. **ТР 7. Коррелированные случайные величины.**
2. **1.** Заданы случайные величины ***X*** и ***Y***: ***Y*** – вес студентов первого курса МГАФК, а ***X*** – их рост. Результаты обследования группы студентов представлены в табличной форме:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **X, см****Y, кг** | **150-159** | **160-169** | **170-179** |
| **<60** | **m** | **5** | **0** |
| **60-64** | **m** | **n** | **0** |
| **65-69** | **5** | **m** | **n** |
| **70-75** | **1** | **4** | **m** |

1. Найти условные и безусловные распределения случайных величин ***X*** и ***Y***. Оценить их корреляционный момент. Являются ли заданные величины коррелированными?
2. **2.** Заданы случайные величины ***X*** и ***Y***: ***Y*** – урожай участка, ***X*** – его площадь. Результаты оценки урожая группы участков представлены в табличной форме:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Y, т****X, га** | **<0,5** | **0,5-1** | **1-2** | **2-2,5** |
| **0,05** | **m** | **n** | **1** | **0** |
| **0,1** | **1** | **m** | **10** | **0** |
| **0,2** | **2** | **0** | **1** | **m** |

1. Найти условные и безусловные распределения случайных величин ***X*** и ***Y***. Оценить их корреляционный момент. Являются ли заданные величины коррелированными?
2. **3.** Результаты тестирования *10* студентов в 2-х видах упражнений: в беге на дистанцию ***100м*** и в прыжках в длину с места представлены в табличной форме:

|  |  |
| --- | --- |
| **X, сек.** | **Y, м.** |
| **10** | **3,5** |
| **11** | **3** |
| **(12+0,1m)** | **(3–0,01m)** |
| **13** | **2,4** |
| **14** | **2,2** |
| **15** | **(1,5+0,01n)** |
| **14** | **2,2** |
| **(15-0,1m)** | **(1,5+0,02n)** |
| **(10+0,1m)** | **2,8** |
| **12** | **2,6** |

1. Здесь: ***X*** – время преодоления дистанции в сек., ***Y*** – длина прыжка в м.
2. 1) Построить для заданных случайных величин ***X*** и ***Y*** вариационные ряды и статистические распределения.
3. 2) Определить числовые характеристики: математические ожидания, дисперсии, средние квадратичные отклонения, коэффициенты вариации.
4. 3) Вычислить корреляционный момент, коэффициент корреляции по Бравэ-Пирсону, оценить уровень и характер связи величин ***X*** и ***Y***.
5. 4) Построить корреляционное поле.
6. 5) Аппроксимировать корреляционное поле прямыми линиями регрессии ***y=ax+b***; ***x=cy+d***. Вычислить параметры линий ***a***, ***b***, ***c***, ***d***.
7. 6) Построить графики прямых линий регрессии на корреляционном поле.
8. 7) Оценить наиболее вероятную длину прыжка студентов обследуемой команды, пробегающих дистанцию в ***100м***за
9. ***9 сек****.*; ***10,5 сек****.*; ***13,5 сек****.*; ***16 сек***. Оценить наиболее вероятные результаты студентов обследуемой команды в преодолении указанной дистанции в ***100м***, если в прыжке они показали: ***1,5м*; *3,2м*; *4,5м***.
10. 8) Для величин ***X*** и ***Y*** оценить ранговый коэффициент корреляции Спирмэна.
11. 9) Оценить достоверность коэффициентов корреляции по Бравэ-Пирсону и Спирмэну для 2 – х уровней значимости ***α1=0.1***и***α2=0.05***и числа степеней свободы ***(n-***

**Раздел 4. Основы математического моделирования.**

**ТР 8. Обработка эмпирических и экспериментальных данных.**

В своем индивидуальном виде спорта обоснованно выбрать *2* тестовых упражнения и выполнить их не менее *20* раз. Выполнить полное статистическое исследование показателей, обозначив случайные тестовые данные через ***X*** и ***Y***.

1) Записать варианты величин ***X*** и ***Y,*** построить вариационные ряды и найти размахи.

2) Записать статистические распределения величин ***X*** и ***Y***.

3) Построить полигоны и гистограммы частот.

4) Вычислить числовые характеристики:

- средние значения и**;** - дисперсии ***D(X)***, ***D(Y)***;

- средние квадратичные отклонения ***σ(X)***, ***σ(Y)***;

- коэффициенты вариации (колеблемости) ***V(X)***, ***V(Y)***.

- стандартные ошибки средних значений ****и **;**

5) Найти несмещенные оценки дисперсий, средних квадратичных отклонений.

6) Вычислить корреляционный момент и коэффициент корреляции по Бравэ-Пирсону.

7) Построить корреляционное поле.

8) Аппроксимировать корреляционное поле прямыми линиями регрессии ***y=ax+b***, ***x=cy+d***. Вычислить параметры ***a***, ***b***, ***c***, ***d*** по методу наименьших квадратов.

9) Построить графики линий регрессии на корреляционном поле.

10) Решить задачи интерполяции и экстраполяции, используя линии регрессии. Вычислить наиболее вероятные значения ***Y*** при заданных ***X*** и наоборот – значения ***X*** при заданных ***Y***.

11) Оценить ранговый коэффициент корреляции Спирмэна.

12) Определить доверительные интервалы для всех числовых характеристик п. 4 с надежностью ***0,95***.

13) Оценить достоверность коэффициентов корреляции по Бравэ-Пирсону и Спирмэну для 2 – х уровней значимости ***α1=0.1***и***α2=0.05***и числа степеней свободы ***(n-2).***

*Пример тестового обследования*. Спортсмен прошел испытания в двух видах упражнений: бег с ходу на дистанции ***30м*** (результаты в ***сек****.* обозначены через ***X***) и тройной прыжок с места (результаты в ***м*** обозначены через ***Y***):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **X, с** | **3,5** | **3,6** | **3,6** | **3,6** | **3,8** | **3,7** | **3,9** | **3,4** | **3,5** | **3,6** |
| **Y, м** | **8,05** | **7,34** | **7,37** | **7,77** | **7,04** | **7,17** | **6,50** | **8,15** | **6,98** | **6,97** |

**ТР 9. Применение математических методов в экономике.**

**1**. Найти области определения следующих функций:

1)$U=х\sqrt{n^{2}-y^{2}}$; 2) $U=\sqrt{x^{2}+y^{2}-n^{2}}$

**2**. Построить линии уровня следующих функций:

1) $z = nх-y$; 2) $z=\frac{\left(n+1\right)y}{x}$; 3) z = nх2 - y2

**3**. Найти частные производные 1го порядка от следующих функций:

1)$U=х^{2}-nхy-y^{2}$*;* 2*)*$U=\left(x^{2}+n\right)y+y^{2}x$*;*

3) $U=xn^{y}+x^{n}$

**4**. Вычислить полные дифференциалы:

1) $z=(x^{n}+y)$; 2)$z=\frac{x^{n}+a}{y}$; 3)$z=\left(x^{n}+a\right)y$

**5**. Вычислить градиент функции в точке М:

1)$ z=n-x^{2}-y^{2}$; М(1,2);

2) $z=(nx-y)^{2}$; М(0,2);

**6**. Найти экстремум функции:

$$z=nx^{2}-xy+my^{2}-2\left(n-1\right)x+(1-4m)y$$

**7**. Прибыль предприятий от объема проданной продукции *x*

зависит по закону:

$р=100\left(n-x\right)+nx-x^{2}$;

Найти оптимальный объем продукции, выпускаемый предприятием.

**ТР 10. Спрос и предложение.**

**1**. Функции спроса q и предложение p имеют вид:

$$q=\frac{n\left(p-2\right)+42 }{p+5}s=p+4$$

Найти: 1) равновесную цену p;

 2) эластичность спроса и предложения

**2**. Зависимость между спросом q и ценой p за единицу продукции, выпускаемой предприятием, задано функцией:

$$q=p^{2}+n^{2}$$

Определить эластичность спроса. При какой цене p спрос

 эластичный, не эластичный, нейтральный?

**ТР 11. Потребительское поведение.**

**1**. Функция потребления z сотрудников некоторого предприятия

имеет вид:

$$z=(1-e^{-nх})$$

Здесь х - совокупный доход предприятия.

Оценить: 1) предельную склонность сотрудников к потреблению;

 2) предельную склонность сотрудников к сбережению

**2.** Функцию потребления страны можно записать в виде:

$$Z\left(x\right)=47+0,1nx+0,2mx^{\frac{2}{3}}.$$

Здесь**x –** совокупный национальный доход в ден. ед., равный 64.

Определить:

1) предельную склонность населения к потреблению;

2) предельную склонность населения к сбережению.

**3.** Размер денежного вклада в банке составляет $n\*10^{3}$ден.единиц. Определить размер прибыли вкладчика за 1 год, 2 года, 3 года, если ставка банковского процента составляет: 5%; 10%; 12%.

Найти время удвоения вклада в банке для каждой процентной ставки.

**4.** Функцию спроса на спортивные товары можно записать в виде:

$$p=2mn-mx.$$

Определить выигрыш потребителей при равновесной цене $p\_{0}=2mn$ден. ед. Здесь **x** – величина спроса.

**5.** Затраты на содержание спортивного центра можно задать уравнением $y=mn+5nx$. Здесь **x** – количество месяцев. Определить месяц, когда работа спортивного центра будет рентабельной.

**ТР 12. Производство. Экономические законы.**

**1.** Полные затраты предприятия**y**зависят от объёма выпускаемой продукции по закону

$$y=x^{3}-\left(n+m\right)x^{2}+\left(16-4\left(n+m\right)\right);$$

1) При каком объёме производства предельные и средние затраты одинаковы?

2) Определить коэффициенты эластичности предельных и средних затрат при найденном объёме.

**2.** Себестоимость единицы продукции **y**(руб.) зависит от выпуска **x**(тыс.руб.) по закону

$$y=-nx+100$$

Определить эластичность себестоимости при выпуске продукции на 2(100-nx) тыс. руб.

**3.** Функция издержек **С(x)** при производстве продукции на предприятии имеет вид:

$$C\left(x\right)=m\*100+nx^{2}.$$

Доход **D(x)** при производстве **x**единиц продукции можно задать в виде:

$$D\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}100nx, если x\leq 100n;\\100n\left(x+m\right), если x>100n.\end{array}\right.$$

Найти оптимальный объём производства данного предприятия.

**4.** Производственная функция Кобба-Дугласа **K(x,y)** объёма выпуска продукции от затрат ресурсов **x**и**y**в денежном выражении может быть записана в виде:

$$K\left(x,y\right)=Ax^{α}y^{β},$$

где коэффициент *A=(n+m)\*10;*частные эластичности выпуска по отношению к затратам ресурсов **x**и**y**равны:

$$α=0,5; β=0,25.$$

Стоимость единиц ресурсов: **x-9; y-16** ден. ед.

Найти максимальную прибыль данного производства.

**5.** Задана производственная функция $Y=3K^{0,5}L^{0,5}$. Определить предельный продукт труда при $K=n^{2}, L=m^{2}$.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ:

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

* В представленном решении обоснованно получен верный ответ

- оценка «**хорошо»**:

* При верном решении допущена вычислительная ошибка или «описка» в формуле, потерян параметр, не влияющие на правильную последовательность рассуждений, но приведшие к неверному ответу.

- оценка «**удовлетворительно»**:

* Приведены верные законы, расчетные формулы по теме задания, но обнаружено отсутствие знаний предыдущих разделов, получено окончательное решение, но небрежная запись решения.

 - оценка **«неудовлетворительно»**:

* Приведена попытка решения задачи графическими и иными не рациональными методами. Получен противоречивый ответ.
* Приведены отдельные верные расчетные формулы по теме.
* Отсутствует решение.

Интегральный критерий оценивания отдельных ТР определяется как среднее арифметическое оценок всего задания:

Оц=;

Здесь: n – количество заданий в ТР; Оцi – оценки за отдельные задания в ТР; Оц – итоговая оценка за ТР.

* 1. ***Контрольные работы***

**Раздел 1. Линейная алгебра.**

КР № 1 Векторная алгебра и аналитическая геометрия (50 вариантов по 11 задач).

КР № 2 Матрицы и определители (50 вариантов по 10 задач).

**Раздел 2. Математический анализ.**

КР № 3. Интегрально-дифференциальное исчисление (50 вариантов по 10 задач).

КР № 4. Дифференциальные уравнения (50 вариантов по 4 задачи).

**Раздел № 3. Теория вероятностей и математическая статистика.**

КР № 5. Теория вероятностей и математическая статистика (50 вариантов по 5 задач).

**Раздел № 4. Основы математического моделирования в ФК.**

КР № 6 Контрольное кейс – задание (50 вариантов по 7 пунктов).

**КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ:**

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если:

* В представленном решении обоснованно получен верный ответ;

- оценка **«хорошо»:**

* При верном решении допущена вычислительная ошибка или «описка» в формуле, потерян параметр, не влияющие на правильную последовательность рассуждений, но приведшие к неверному ответу;

 - оценка **«удовлетворительно»:**

* Приведены верные законы, расчетные формулы по теме задания, но обнаружено отсутствие знаний предыдущих разделов, получено окончательное решение, но небрежная запись решения.

- оценка **«неудовлетворительно»:**

* Приведена попытка решения задачи графическими и иными не рациональными методами. Получен противоречивый ответ.
* Приведены отдельные верные расчетные формулы по теме.
* Отсутствует решение.

Интегральный критерий оценивания КР определяется как среднее арифметическое оценок всего задания:

Оц=;

Здесь: n – количество задач в КР; Оцi – оценки за отдельные задачи в КР; Оц – итоговая оценка за контрольную работу.

* 1. ***Рекомендации по оцениванию результатов достижения компетенций.***

По дисциплине предусмотрены: 1-ый семестр зачет, 2-ой семестр ̶ экзамен. Теоретические вопросы по дисциплине приведены в разделе 2.1 настоящего ФОС

При изучении дисциплины студенты получают теоретический материал на лекциях, навыки решения разноуровневых задач приобретают на практических занятиях и при выполнении СРС дома. В качестве домашних заданий студенты выполняют наборы типовых разноуровневых задач (ТР). Для усвоения изучаемого материала, приобретения навыков решения математических задач обязательна регулярная самостоятельная работа студента, в результате которой выполняются ТР, подлежащие обязательной сдаче преподавателю. На плановых контрольно-итоговых занятиях студенты демонстрируют приобретенные знания и навыки при защите ТР, при сдаче коллоквиума или при выполнении контрольных работ. Для допуска к зачету и к экзамену студент должен сдать в установленные сроки все запланированные ТР. Кроме того перед экзаменом студент должен сдать тест, структура которого приведена в разделе 2.2 настоящего ФОС.

Кейсы, ситуационные задачи и практические работы с наборами типовых разноуровневых задач (ТР) приведены в разделе 2.3 настоящего ФОС., Тематика контрольных работ приведена в разделе 2.4 настоящего ФОС.

**Демонстрационные билеты для промежуточной аттестации.**

1. Каждый билет содержит 6 заданий: три теоретических вопроса и три задачи, охватывающие все разделы дисциплины.

2. Формулировки и содержание теоретических вопросов соответствуют содержанию лекций и вопросов для коллоквиумов и собеседования.

3. Виды и уровень задач соответствуют задачам ТР, решаемым на практических занятиях в аудитории и при выполнении домашних заданий самостоятельно дома.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **МГАФК****20\_\_-20\_\_ уч.год** | **Билет для зачета.****Демонстрационный.****1 семестр** | **Утверждаю.** **Зав. кафедрой** |
| **Дисциплина:** МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕНЕДЖМЕНТА**Направление: Менеджмент 38.03.02** |
| 1. Матрицы. Основные определения. Операции над матрицами: сложения, умножения на число; перемножения матриц; возведение матрицы в натуральную степень.
2. Математический анализ. Геометрический и физический смысл производной от функции 1-го порядка.
3. Аналитическая геометрия. Уравнение эллипса. Свойства эллипса.

Задачи.1. Решить задачу Коши для ДУ

1. Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

у = е2х ; х =0; у = 0. 3. Вычислить дифференциал функции:у = (х3 – 2)4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **МГАФК****20\_\_-20\_\_ уч.год** | **Экзаменационный билет.****Демонстрационный.****2 семестр** | **Утверждаю.** **Зав. кафедрой** |
| **Дисциплина:** МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕНЕДЖМЕНТА**Направление: Менеджмент 38.03.02** |
| 1. Теория вероятностей. Закон равномерного распределения случайной величины и его свойства.2. Математическая статистика. Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативная выборка.3. Математическое моделирование. Коррелированные случайные величины. Теснота и уровень связи. Коэффициент корреляции.Задачи.1. В первом ящике 6 красных и 8 синих шаров; во втором – 4 красных, 6 синих и 2 зелёных шара. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он красный, равна … 2. Случайная величина задана законом распределения

|  |  |
| --- | --- |
| х | -2 0 3 |
| Р(х) | 0,3 0,5 0.2 |

 Определить её числовые характеристики М, Д, σ, Moq. 3. Случайная величина задана функцией плотности вероятности в виде f(x) =  . Определить её числовые характеристики: М, Д, σ. |

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ:

-оценка **«отлично»** ставится если:

* Обоснованно получены верные ответы на все вопросы билета. Приведены верные решения задач.

- оценка **«хорошо»:**

* Получены практически верные ответы на все вопросы билета. При верном решении допущена вычислительная ошибка или «описка» в формуле, потерян параметр, не влияющие на правильную последовательность рассуждений, но приведшие к неверному ответу.

-оценка **«удовлетворительно»** ставится если:

* Приведены верные законы, расчетные формулы по вопросам билета, но обнаружено отсутствие знаний предыдущих разделов, получено окончательное решение задачи, но небрежная запись решений и ответов.

 - оценка **«неудовлетворительно»:**

* Приведена попытка решений задач графическими и иными не рациональными методами. Получен противоречивый ответ. Приведены ответы на отдельные теоретические вопросы билета.
* Приведены отдельные верные расчетные формулы по теме.
* Отсутствуют ответы на вопросы и решения задач.

Интегральный критерий оценивания экзаменационного билета в целом определяется как среднее арифметическое оценок всего задания:

Оц=;

Здесь: n – количество заданий в билете; Оцi – оценки за отдельные задания в билете; Оц – итоговая оценка за экзамен.

СВОДНАЯ ТАБЛИЦА:

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕНЕДЖМЕНТА

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Формируемые компетенции | Соотнесенные профессиональ-ные стандарты | Трудовые функции (при наличии) | ЗУН | Индикаторы достижения |
| **УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | **08.006 ФЭ:** С/04.6  | **08.006** **ФЭ:** С/04.6 Формирование завершающих документов по результатам проведения внутреннего контроля и их представления руководству самостоятельного специального подразделения внутреннего контроля | **Знания:**Математических методов поиска, критического анализа, синтеза и обработки информации, планирования и реализации эксперимента, формирования выводов, интерпретации и обобщения результатов;**Умения:**Анализировать результаты статических и динамических процессов в менеджменте, планировать эксперимент, формировать математические модели, устанавливать закономерности процессов, прогнозировать их динамику, готовить рекомендации для практики.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы математической, аналитико-статистической обработки результатов исследования, моделирования процессов. | **Действия:**Применяет математические методы моделирования, анализа и оценки в задачах экономики и менеджмента.**Знать:**Разделы высшей математики: линейная алгебра, векторный анализ, аналитическая геометрия, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика. **Уметь:**Выявить проблему, сформировать математическую модель, оценив ее адекватность; выполнить исследование с применением системного подхода, интерпретировать и обобщить результат, сформировать выводы о предмете исследования. |
| **ОПК-2**Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно-аналитических систем. | **08.006** **ФЭ:** С/03.6 | **08.006** **ФЭ:** С/03.6 Планирование работы структурного подразделения. | **Знания:**Математических методов сбора, обработки и анализа данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач. Математических методов системного анализа, установления закономерностей исследуемых процессов с определением их статических и динамических характеристик. Методов проведения научного анализа результатов исследований и использования их в практической деятельности.**Умения:**Разрабатывать математические методы и алгоритмы решения задач в менеджменте. Определять проблемы научного исследования, разрабатывать и формулировать гипотезы, концепции, анализировать результаты, интерпретировать их к реальной практике.**Навыки и/или опыт деятельности:**Использовать методы линейной алгебры, векторного анализа, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления. Теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики при решении задач в менеджменте. Определять эффективность научных исследований, преодолевать интеллектуальные трудности при освоении принципиально новых методов исследований. | **Действия:**Применяет математические методы сбора, обработки, анализа и расчета процессов в экономике и менеджменте.**Знать:**Разделы высшей математики: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика.**Уметь:**В результате контрольно-измерительных процедур правильно спланировать мониторинг формирования исходных данных, исключить недостоверные данные и ошибки, оценить погрешность данных, статистическими методами выполнить их анализ, оценить уровень количественных и качественных показателей и динамику их изменения, выполнить прогноз. |